

Санкт-Петербургский Государственный Университет Аэрокосмического
Приборостроения

Моделирование в САПР

Санкт-Петербург
2008

Моделирование в САПР: Методические указания к лабораторным работам/ Сост.: Р. И. Сольнищев, Н. Н. Майоров. СПб.: Изд-во СПбГУАП, 2008. 00 с.ил.

Методическое пособие выпускается в соответствии с учебным планом по специальности 22.03 (Системы автоматизированного проектирования) на основе курса лекций “Моделирование в САПР”.

В предлагаемом пособии излагаются методы моделирования - воспроизведение процессов динамики проектируемого объекта. В предыдущем пособии “Построение математических моделей” приведены средства построения математических моделей в аналитическом виде в форме обыкновенных дифференциальных уравнений. Данные математические модели являются “входными” выражениями для пакетов прикладных программ “Моделирование”. В данном пособии пакет “Программа построения математических моделей гетерогенных динамических систем” получила свое дальнейшее развитие. Методическое пособие содержит набор лабораторных работ по моделированию устройств и приборов.

Пособие предназначено для студентов специальностей 220300 – “ Системы автоматизированного проектирования ”, а также может быть полезно для родственных специальностей.

1. Виды моделирования.

Под моделированием какого-либо объекта (явления, системы, устройства) обычно понимается воспроизведение и исследование другого объекта, подобного оригиналу в форме, удобной для исследования, и перенос полученных сведений на моделируемый объект. При этом объекты считаются подобными, если характеристики процессов, происходящих в каком-либо из них, отличаются от соответствующих характеристик другого объекта вполне определенными и постоянными в течение данного процесса коэффициентами. Модель изучаемого явления (объекта) при этом может быть иной физической природы, отличной от природы оригинала. Это обстоятельство открывает широкие возможности для применения моделирования в проектировании, обусловленные привлечением таких эффективных его средств как ЭВМ, динамические стенды, различного рода имитаторы и тренажеры.

Существуют различные виды моделирования: геометрическое и физическое моделирование, моделирование путем прямых аналогий, математическое моделирование на аналоговых и цифровых вычислительных машинах, полунатурное моделирование.

Каждый из этих методов имеет свои достоинства и недостатки. Применение того или иного метода определяется в каждом конкретном случае в зависимости от исследуемой системы и условий ее работы. При этом необходимо иметь набор правил и условий, выполнение которых обеспечивает требуемую точность изучения заданного объекта по его модели.

При математическом моделировании, в качестве объекта моделирования оригинала, выступают исходные уравнения, представляющие математические модели объекта, в качестве модели – процессы, протекающие в соответствии с этими уравнениями и воспроизведенные на ЭВМ.

В математическом моделировании выделяют *имитационное* моделирование, под которым понимается воспроизведение процессов, объектов, явлений с имитацией случайными величинами и случайными процессами звеньев оригинала, которые не удастся представить определенными ММ. Имитационное моделирование рассматривают также, как некоторый эксперимент, производимый на ЭВМ. В таком эксперименте определенные математическими моделями части объекта моделирования взаимодействуют с имитирующими возмущающие воздействия. Это взаимодействие производится по определенным в эксперименте правилам, а результаты моделирования подвергаются статистической обработке.

Под *полунатурным моделированием* понимают исследование элементов реальной аппаратуры совместно с моделью остальной части системы, реализованной на ЭВМ, Применение такого метода моделирования становится необходимым в тех случаях, когда не удастся описать работу некоторых элементов системы математически.

В данном пособии излагается математическое моделирование как один из основных инструментов САПР. Рассмотрим триаду, а именно "модель- алгоритм- программа", которая играет важную роль при выполнении моделирования.

2. Триада вычислительного эксперимента в моделировании

Достижение цели моделирования в значительной степени определяется тем, какие математические модели удалось построить, насколько они адекватны исследуемому процессу, насколько доступны для исследования. При исследовании сложного объекта выделяются подсистемы, для которых и строятся конкретные математические модели. При математическом моделировании принципиальным моментом является то, что речь идет не об одной математической модели, а об определенном классе математических моделей адекватных объекту. Математические модели в виде дифференциальных уравнений в частных производных, дополняются

соответствующими граничными и начальными условиями. Затем наступает непосредственно этап исследования построенных математических моделей. К примеру, на основе классических методов линеаризации и асимптотических разложений по малому параметру удастся получить приближенные решения для упрощенных математических моделей. Поэтому большое значение имеют точные решения, если их удастся получить. Эти решения должны использоваться для тестирования вычислительных алгоритмов. Последующим элементом триады "модель - алгоритм - программа" является вычислительный алгоритм, который позволяет исследовать математическую модель с необходимой полнотой.

Третья составная часть триады вычислительного эксперимента "модель-алгоритм- программа" связана с созданием программного обеспечения, которое соответствует современному уровню использования программного обеспечения. Необходимо учитывать возрастающие требования к программному обеспечению, обусловленные особенностями моделирования, который ориентирован на многопараметрическое исследование проблемной задачи.

На основе разработанных вычислительных алгоритмов и соответствующего программного обеспечения проводится анализ на основе моделирования. Для получения необходимых результатов за минимальное время необходимо выполнить планирование вычислений. На этом этапе, важнейшее значение имеет проблема обработки полученных в числовой форме данных моделирования. С этой целью необходимо использовать различные приемы сжатия информации, визуализация расчетов и т.д. На основе сравнения полученных результатов с опытными данными экспериментов и известными результатами теоретических исследований проводится уточнение математических моделей и определение ошибок моделирования.

Рассмотрим пакет программ, на котором выполняется построение математической модели. Ниже представлено продолжение развития программного средства "программа построения математических моделей гетерогенных динамических систем" на примере гиросtabilизатора. Описание проблемно-ориентированного языка пакета представлено в методическом пособии [5].

3. Построение математических моделей

Гиросtabilизатор, гироскопическое устройство, предназначенное для стабилизации отдельных объектов или приборов, а также для определения угловых отклонений объектов. В данном устройстве присутствуют как электрические, так и механические части. На рис. 1 приведена принципиальная схема одноосного силового гиросtabilизатора.

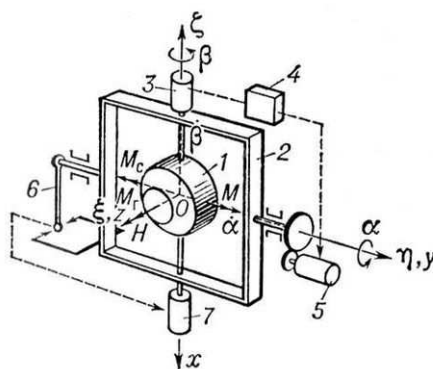


Рис 1.

Принципиальная схема одноосного силового гиросtabilизатора с одним гироскопом: 1 — гироскоп с ротором; 2 — рама; 3 — датчик угла; 4 — усилитель; 5 — стабилизирующий двигатель; 6 — маятник-корректор; 7 — датчик моментов; $O\xi\eta\zeta$ — оси системы отсчёта; $Oxyz$ — оси, связанные с гироскопом; Ox — ось прецессии; $O\eta$ — ось стабилизации; $O\eta$ — погрешность стабилизации; α — угол прецессии.

На рис 2 представлена схема взаимодействия механической и электрической части гиросtabilизатора.

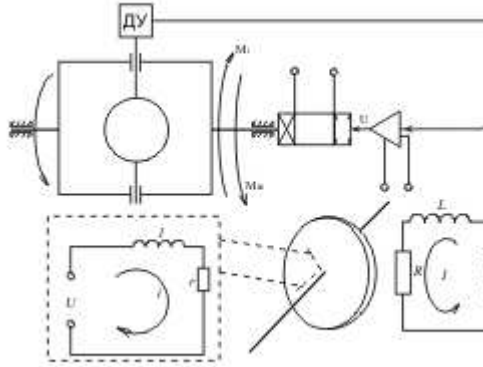


Рис 2

Взаимодействие электрической и механической частей, связанных между собой, осуществляется через моменты электромеханического взаимодействия.

Математическая модель электрической части определяется как на основе законов Кирхгофа, так и на основе уравнения Лагранжа II рода.

Первый закон Кирхгофа устанавливает зависимость между силами токов, сходящихся в узлах разветвленной электрической цепи, и для n ветвей в узле записывается в виде уравнения

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0, \quad (1)$$

Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле электрической цепи, равна нулю

Второй закон Кирхгофа устанавливает зависимость между ЭДС, действующими в замкнутом контуре, и падениями напряжения на элементах этого контура. Математически эта зависимость для контура, имеющего m источников ЭДС и n пассивных элементов, записывается формулой

$$\sum_{k=1}^m E_k = \sum_{k=1}^n I_k R_k \quad (2)$$

Алгебраическая сумма ЭДС, действующих в любом замкнутом контуре, равна алгебраической сумме падений на всех участках этого контура.

Математическая модель движения механической части определяется на основе уравнения Лагранжа второго рода.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial U}{\partial q_i} - \frac{\partial W}{\partial \dot{q}_i} + F_i, i = (n+1, N) \quad (3)$$

здесь T — кинетическая энергия механической части устройства, U — потенциальная энергия механической части устройства, W — функции диссипации механической части устройства, F_i — воздействие по i -ой обобщенной координате механической части устройства, q_i , $\dot{q}_i$ — обобщенные координаты и скорости.

Построение математической модели гиросtabilизатора с помощью данного пакета представлено на рис3

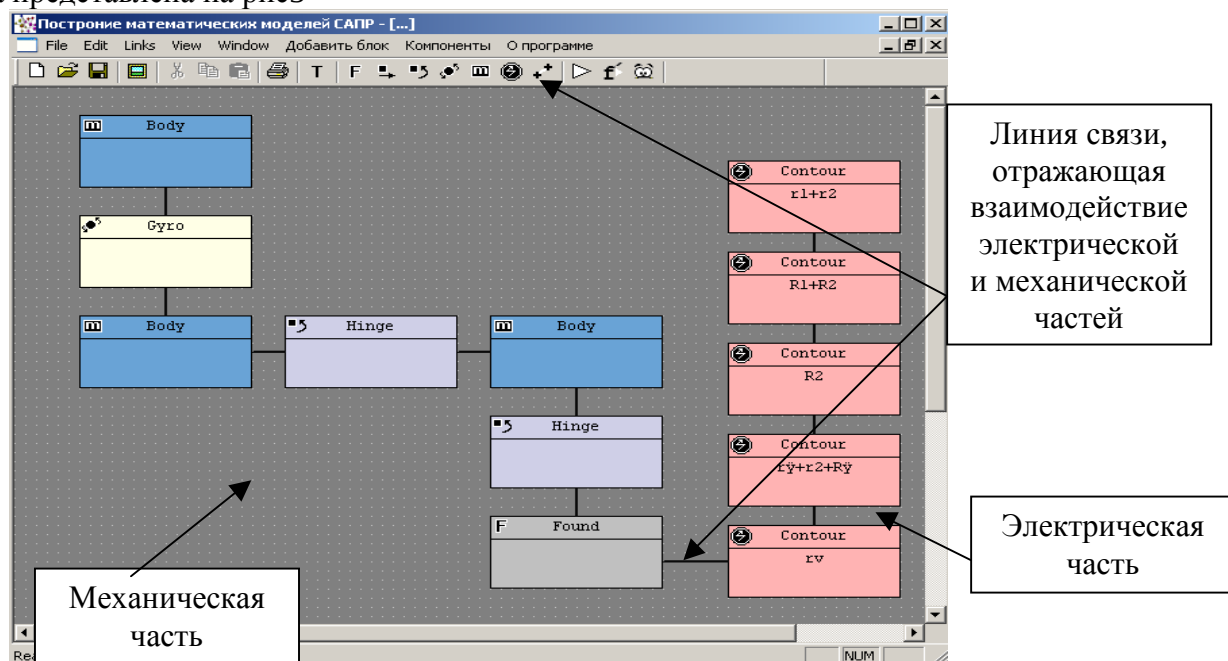


Рис3. Оконная форма пакета. Объединение электрической и механической частей.

Дополнительно в пакете есть возможность для построения электрических контуров (рис 5).

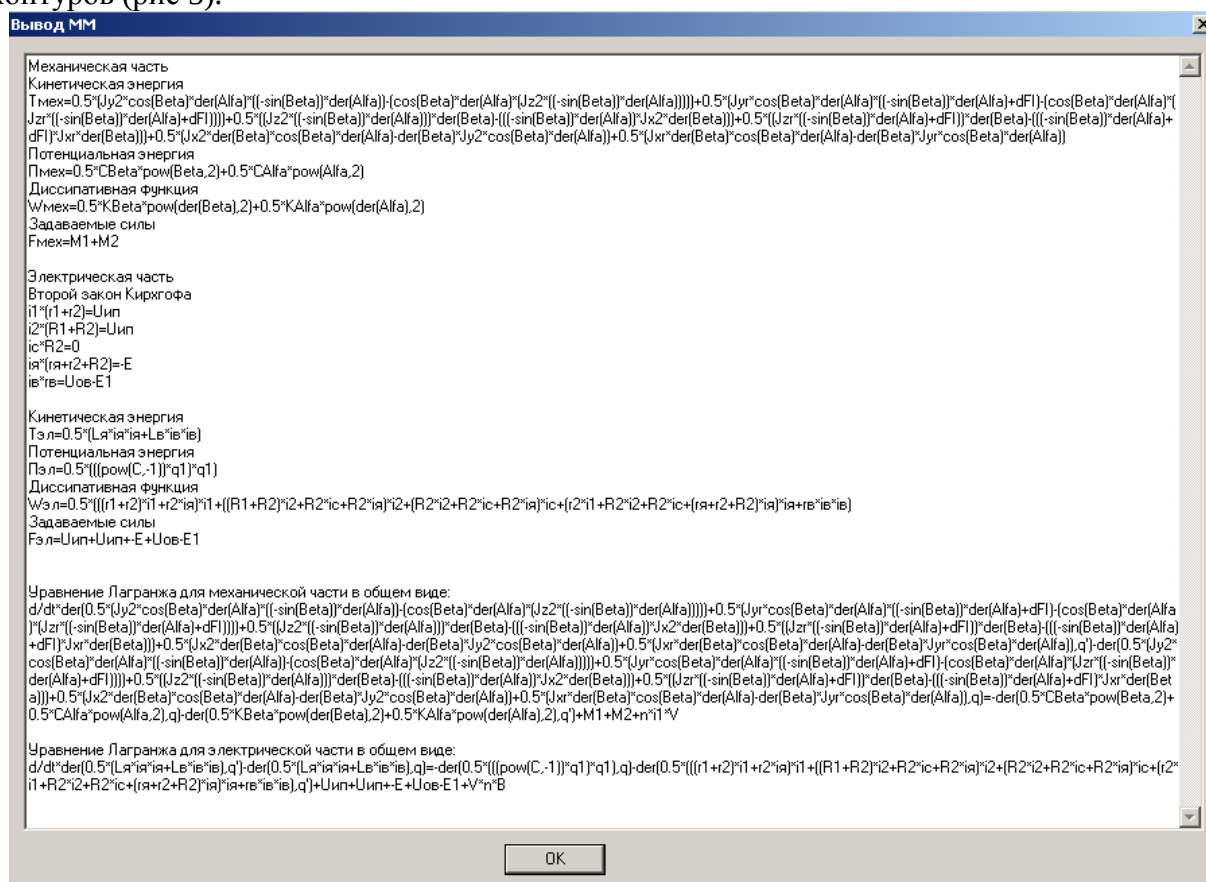


Рис 4 . Математическая модель гиросtabilизатора

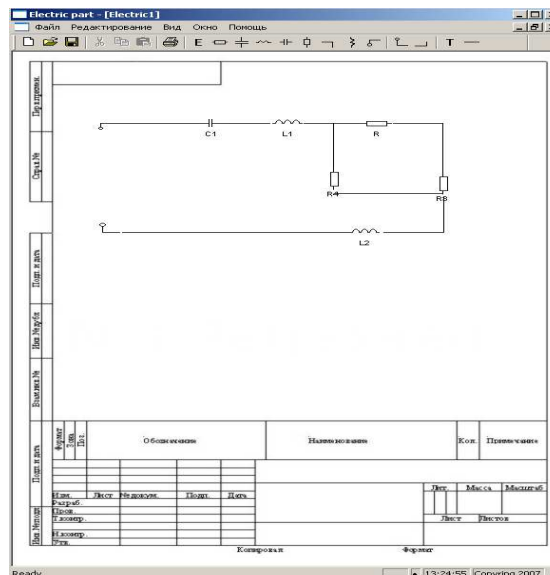


Рис5. Электрический контур

После построения математической модели объекта проектирования переходим к его моделированию на ЭВМ, для чего выбирается численный метод интегрирования и соответствующий алгоритм программной реализации на ЭВМ[1,6] (стр. 172).

Для применения алгоритмов численного интегрирования исходные уравнения необходимо привести к форме удобной для моделирования. Такой формой, как правило, является форма Коши

$$\dot{Y} = F(Y, t)$$

где $\dot{Y} = (\dot{y}_1 \dots \dot{y}_n)$ - вектор первых производных искомых координат, $Y = (y_1 \dots y_n)$ - вектор искомых координат, $F = (f_1 \dots f_n)'$ - вектор из функций правых частей исходных уравнений.

4. Выбор языка программирования для моделирования объекта

Успешная разработка и внедрение любого программного продукта, решающего задачи моделирования, во многом зависит от выбора оптимального языка программирования, используемого при решении задачи.

При выборе языка программирования, который оптимальным образом позволяет решить поставленную задачу при моделировании, перед разработчиком возникает необходимость выделения определенных критериев, по которым будет осуществляться сравнение функциональности языков программирования. После этого проводится исследование имеющейся функциональности каждого языка. На основании полученных результатов можно сделать выбор наиболее подходящего языка программирования для решения задач моделирования.

Последовательность этапов такого выбора заключается в следующих шагах:

1. *Определение критериев соответствия языка программирования для решаемой задачи.* При анализе необходимо выделить ключевые моменты, которые должны присутствовать в программной реализации. После детальной проработки задачи формируется список требований к грамматике языка.

2. *Определение методологии программирования.* На данном этапе от разработчика требуется определить с использованием какой методологии программирования может быть решена задача. Наиболее распространенными методологиями являются:

- а) процедурное программирование;
- б) модульное программирование;

- в) объектно-ориентированное программирование;
- г) компонентно-ориентированное программирование.

3. *Выделение языков программирования, имеющих наиболее широкую функциональность.* После того, как определена методология программирования приложения, необходимо выбрать и рассмотреть те языки программирования, которые поддерживают данную методологию и имеют наиболее развитую функциональность и наиболее широкие возможности.

4. *Сравнение альтернативных языков программирования.* На основании сравнения осуществляется определение степени соответствия им каждого из выбранных языков программирования.

5. *Анализ полученных результатов.* Этот последний этап позволяет сделать выводы о степени соответствия каждого языка решению конкретной задачи. После проведения анализа разработчик может выбрать оптимальный язык программирования, который полностью удовлетворяет реализации моделирования.

При написании программ, для выполнения моделирования, явным фаворитом является C++, т.к. все, что нужно для работы программ, написанных на C++ всегда есть на любом компьютере, где установлена операционная система семейства Windows (Windows 98/Vista), так как она сама написана на C и, следовательно, все библиотеки необходимые для работы программ написанных на C++ всегда будут на таком компьютере, а операционная система Windows является самой распространенной. Другие языки в откомпилированный файл включают все необходимые файлы с расширением *.dll (системные файлы) для запуска на других компьютерах. Но при использовании других языков часто могут возникать трудности при отладке программ, выполняющих моделирование.

Рассмотрим ключевые понятия при разработке программного средства под операционную систему Windows и некоторые части программных кодов, необходимых при выполнении моделирования в лабораторных работах.

4.1 Ключевые понятия при разработке программного средства.

Windows-приложения состоят как минимум из одного процесса. *Процесс* - это экземпляр выполняющейся программы. Ему выделяются адресное пространство и ресурсы. В рамках одного процесса может быть запущено несколько потоков.

Поток - это минимальная программная единица, для выполнения которой планировщик выделяет процессорное время. Поток запускается в адресном пространстве процесса и использует его ресурсы.

Процесс имеет как минимум один исполняемый поток, называемый *первичным потоком*. Для выполнения фоновых задач можно создавать вторичные потоки, используя, таким образом, преимущества многозадачности. Приложения, применяющие несколько потоков, называются *многопоточными*.

Запуск приложения

При запуске приложения операционная система создает процесс и начинает выполнение его первичного потока. Когда поток заканчивает свою работу, заканчивается и процесс. Информация о первичном потоке передается операционной системе в виде адреса функции. Поэтому все **Windows**-приложения содержат вызываемую при запуске функцию **WinMain()**, адрес которой и передается в качестве адреса первичного потока. Затем приложение создает окно. Но до его отображения на экране в операционной системе должны быть зарегистрированы *оконные классы* - шаблоны, содержащие информацию о свойствах окна. В процессе регистрации окно связывается с оконной процедурой, которая позволяет задать отображаемую этим окном информацию, а также его реакцию на действия пользователя посредством *обработки сообщений* системы.

Программные Сообщения

Окно служит для взаимодействия пользователя с приложением, а для взаимодействия операционной системы, приложения и его компонентов предназначены **системные сообщения**. Например, при создании экземпляра приложения операционная система посылает ему серию сообщений, отвечающих за его инициализацию. Клавиатура и мышь тоже генерируют сообщения и отправляют их в соответствующее приложение. Таким образом, основная задача программы - **обработать получаемые сообщения**, то есть передать их ожидающему окну и выполнить некоторые действия, зависящие от типа сообщения и его параметров. Разработчик должен связать сообщения с функциями, которые будут запускаться на них в ответ.

Каждый поток, создающий окно, имеет **очередь сообщений** - структуру данных, в которой операционная система хранит сообщения. У всех **Windows**-приложений есть главное окно, имеющее в свою очередь **цикл обработки сообщений** - часть программы, извлекающую сообщения из очереди и посылающую их в соответствующую оконную процедуру. Эта процедура обрабатывает сообщение или передает его стандартной оконной процедуре, содержащей стандартный обработчик сообщений. Например, сообщение о свертывании окна будет обработано почти всеми приложениями одинаково, так как для этого подходит стандартная оконная процедура.

На рисунке 6 изображено, как сообщения ставятся в очередь и обрабатываются приложением. Следует обратить внимание на то, как средствами функций PostMessage() и SendMessage() можно послать сообщение. Обратившись к этим функциям или их двойникам из библиотеки MFC - CWnd::PostMessage() и CWnd::SendMessage(), - приложение посылает или принимает сообщения.

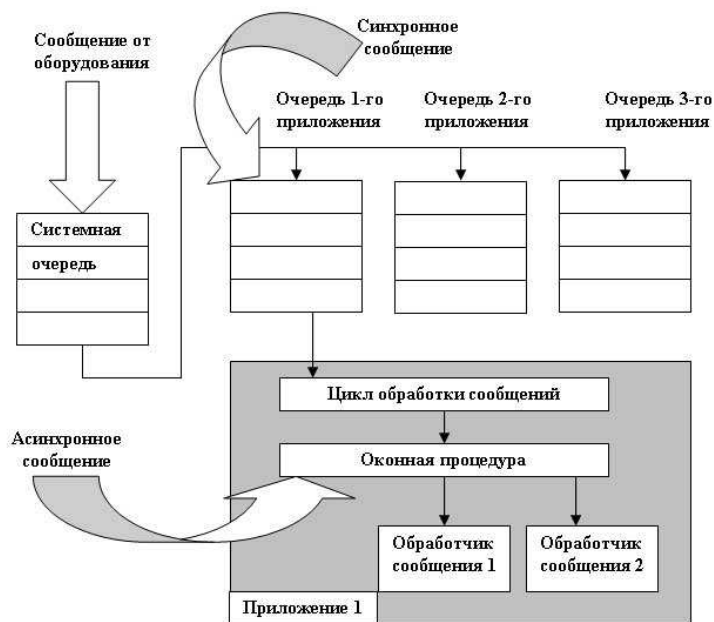


Рис.6.Обработка сообщений

Функция **PostMessage()** помещает сообщение в очередь, связанную с окном, и сразу же завершается, не дожидаясь его обработки (**асинхронное сообщение**). А функция **SendMessage()** после помещения сообщения в очередь ждет его обработки (**синхронное сообщение**).

Основные этапы построения Windows-приложения

Для создания Win32-приложения необходимо:

1. создать функцию **WinMain()**, которая является точкой входа в программу;
2. зарегистрировать оконные классы и объявить связанные с ними оконные

процедуры;

3. создать экземпляр главного окна приложения;
4. создать цикл обработки сообщений, передающий их в соответствующую оконную процедуру;
5. реализовать оконную процедуру, обрабатывающую сообщения.

Для создания нового приложения воспользуемся MFC AppWizard(exe) (как представлено на рис 7). Результатом работы будет созданный код начального приложения

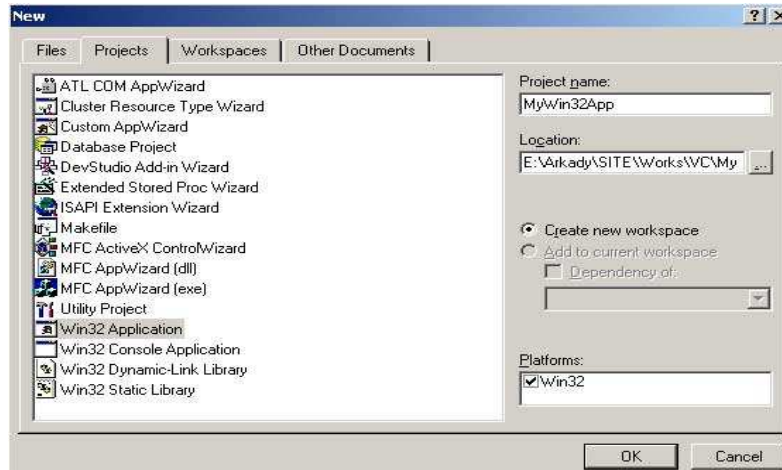


Рис7. форма MFC AppWizard

Теперь перейдем к рассмотрению фрагментов кодов на языке C++, необходимых для реализации моделирования. Во всех фрагментах под параметрами x_0, x_1, y_0, y_1 принимаются соответствующие координаты на экране.

1. Выбор цвета, при построении графиков функций

CPen pen;

CPen *pPen;

pen.CreatePen(PS_SOLID, 2, RGB(0, 0, 0));

pPen = (CPen*)pDC->SelectObject(&pen);

2. Представление значений на экране

pDC->TextOut(100, 100,"t", 1);

pDC->TextOut(x_0+64 , y_0+30 ,"График исходной функции", 23);

3. Построение осей координат

pDC->MoveTo(x_0-20 , y_0);

pDC->LineTo(x_0+lx , y_0);

pDC->MoveTo(x_0+lx , y_0);

pDC->LineTo($x_0+lx-15$, y_0+5);

pDC->MoveTo(x_0+lx , y_0);

pDC->LineTo($x_0+lx-15$, y_0-5);

pDC->MoveTo(x_0 , y_0+40);

pDC->LineTo(x_0 , y_0-ly);

pDC->MoveTo(x_0 , y_0-ly);

pDC->LineTo(x_0-5 , $y_0-ly+15$);

pDC->MoveTo(x_0 , y_0-ly);

pDC->LineTo(x_0+5 , $y_0-ly+15$);

```

CPen pen1, pen2, pen3;
pen1.CreatePen(PS_SOLID, 1, RGB(0, 90, 160));
pDC->SelectObject(&pen1);
for(j=56; j<lx; j+=55)
{
    pDC->MoveTo((x0+j), y0);
    pDC->LineTo((x0+j), y0-ly+20);
}
for(j=23; j<ly-30; j+=30)
{
    pDC->MoveTo(x0, (y0-j));
    pDC->LineTo(x0+lx-20, (y0-j));
}
for(j=11; j<lx-20; j+=11)
{
    pDC->MoveTo((x0+j), y0);
    pDC->LineTo((x0+j), y0-5);
}
for(j=23; j<ly-20; j+=15)
{
    pDC->MoveTo(x0, (y0-j));
    pDC->LineTo(x0+5, (y0-j));
}

```

Рассмотрим результат выполнения представленных выше фрагментов кодов на рисунке 8

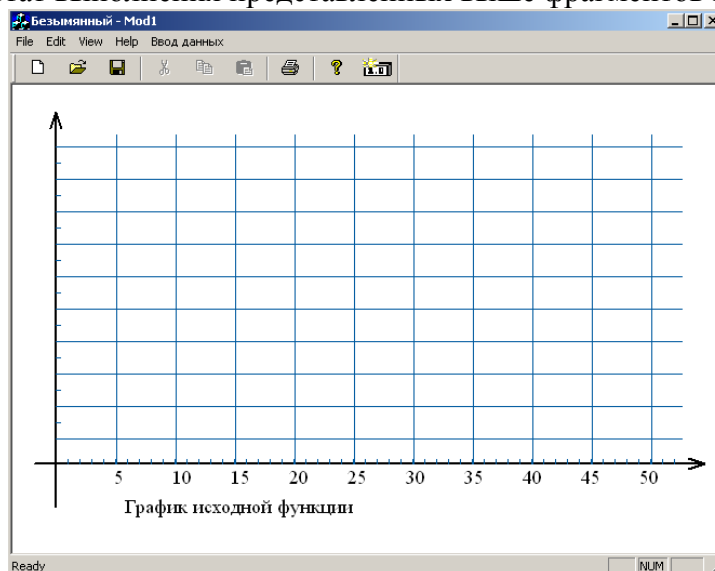


рис 8. построение осей координат

Детальное описание операторов и возможностей программного средства Microsoft Visual C++ представлено [4], а также на ресурсе [2]. Программное средство Microsoft Visual Studio должно быть установлено в лаборатории.

5.Лабораторные работы

5.1 Лабораторная работа N 1

Моделирование гироскопического чувствительного элемента датчика углов подвижного объекта .

Рассматривается гироскопический чувствительный элемент (ЧЭ) датчика углов. Описание такого датчика приведено в [2]. Уравнение движения этого чувствительного

элемента, установленного на неподвижном основании, составленные для малых отклонений его оси от положения равновесия имеют вид

$$\begin{aligned} A_0 \ddot{\alpha} + H \dot{\beta} \cos \beta_0 &= L_\xi \\ B_0 \ddot{\beta} - H \dot{\alpha} \cos \beta_0 &= L_\gamma \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} A_0 &= (A + A_1) \cos^2 \beta_0 + C_1 \sin^2 \beta_0 + A_2 \\ B_0 &= A + B_1 \\ H &= C_\varphi \end{aligned}$$

α, β — углы поворота ЧЭ относительно соответствующих осей, A — экваториальный момент инерции ротора гироскопа-па, C — полярный Момент ротора ЧЭ, A_1, B_1, C_1 — моменты инерции внутреннего карданового кольца относительно соответствующих осей, A_2 — момент инерции наружного кольца относительно оси ξ , H — кинетический момент ЧЭ, β_0 — угол разворота внутреннего кольца карданова подвеса относительно наружного, L_ξ — момент относительно оси вращения внешнего карданова кольца внешних сил, приложенных к системе гироскоп + внутреннее кольцо + наружное кольцо, L_γ — момент относительно оси вращения внутреннего кольца внешних сил, приложенных к системе гироскоп + внутреннее кольцо. Для оценки точности результатов моделирования можно получить точное решение.

Решение системы уравнений (1) при начальных условиях:

$$\alpha(0) = 0, \beta(0) = 0, \dot{\alpha}(0) = \dot{\alpha}_H, \dot{\beta}(0) = \dot{\beta}_H, L_\xi = L_\gamma = 0$$

имеет вид

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\dot{\beta}_H}{\lambda} \sqrt{\frac{B_0}{A_0}} (\cos \lambda t - 1) + \frac{\dot{\alpha}_H}{\lambda} \sin \lambda t \\ \beta &= \frac{\dot{\alpha}_H}{\lambda} \sqrt{\frac{A_0}{B_0}} (1 - \cos \lambda t) + \frac{\dot{\beta}_H}{\lambda} \sin \lambda t \end{aligned} \quad (2)$$

где $\lambda = \frac{H \cos \beta_0}{\sqrt{A_0 B_0}}$

Из приведенного решения видно, что после того как кардановым кольцам сообщены начальные угловые скорости $\dot{\alpha}_H$, и $\dot{\beta}_H$ ось гироскопа совершает незатухающие колебания, называемые нутационными, около установившегося положения равновесия, определяемого начальными: условиями.

Внешние моменты, приложенные к осям подвеса наружного и внутреннего колец ЧЭ, вызывают его уход (прецессию) от заданного направления. Движение главной оси ЧЭ под действием момента, приложенного к оси подвеса внутренней рамки, определяется решением системы уравнений (1) при

$$\begin{aligned} \alpha(0) = \beta(0) = \dot{\alpha}(0) = \dot{\beta}(0) &= L_\xi = 0; L_\gamma = M \\ \alpha &= \frac{M}{H \cos \beta_0} t + \frac{M}{H \cos \beta_0} \frac{\sin \lambda t}{\lambda} \\ \beta &= \frac{M}{H \cos \beta_0} \sqrt{\frac{A_0}{B_0}} \frac{1 - \cos \lambda t}{\lambda} \end{aligned} \quad (3)$$

Прецессия называется «регулярной», если она состоит в равномерном вращении оси ЧЭ вокруг некоторой, неподвижной оси, проходящей через центр тяжести.

Обращаясь к решению (3) системы уравнений (1), не трудно увидеть, что в данном случае на регулярную прецессию налагаются незатухающие нутационные колебания.

Прецессию такого рода принято называть «псевдoreгулярной».

С целью определения условий, при которых возможно получение «регулярной» прецессии, обратимся к решению системы уравнений (1) при

$\alpha(0) = \beta(0) = \dot{\beta}(0) = L_{\xi} = 0; \dot{\alpha}_0 = \dot{\alpha}_H, L_{\gamma} = M$ имеющему вид

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{M}{H \cos \beta_0} t + \left(\dot{\alpha}_H + \frac{M}{H \cos \beta_0} \right) \frac{\sin \lambda t}{\lambda} \\ \beta &= \left(\dot{\alpha}_H + \frac{M}{H \cos \beta_0} \right) \sqrt{\frac{A_0}{B_0}} \frac{1 - \cos \lambda t}{\lambda}\end{aligned}\quad (4)$$

Из полученного решения (4) видно, что если начальная угловая скорость имеет значение

$$\dot{\alpha}_H = -\frac{M}{H \cos \beta_0}$$

то тригонометрические члены в уравнениях (4) исчезают, и мы получаем строго регулярную прецессию ЧЭ.

Задание и порядок его выполнения

1. Привести к виду удобному для моделирования уравнения ЧЭ, имеющего следующие параметры:

Параметры Вариант	A+A1 Г·см·сек ²	A-B1 Г·см·сек ²	C1 Г·см·сек ²	A2 Г·см·сек ²	H Г·см·сек	β_0 град
I	5	5	2	5	12000	0
II	6,2	6,2	2	3	12000	15
III	4,5	4,5	2	3,5	12000	25
IV	2,9	2,9	2,5	3	4000	0
V	2	2	2,5	1,5	4000	0
VI	1,2	1,2	2,5	2	4000	0

Значения величины возмущающего момента:

Вариант	I	II	III	IV	V	VI
L_{γ} Г-см	60	50	30	8	12	15

2. Выбрать численный метод интегрирования [6].
3. Составить общий алгоритм выполнения моделирования ЧЭ.
4. Выполнить программную реализацию моделирования с помощью языка программирования C++.
5. Определить по машинному решению параметры нутационных колебаний гироскопа при следующих начальных условиях:

$$\alpha(0) = \beta(0) = \dot{\beta}(0) = L_{\xi} = 0; \dot{\alpha}_0 = 0.01 \frac{1}{сек}, \dot{\beta}_0 = 0.02 \frac{1}{сек}$$

Исследовать траекторию движения ротора ЧЭ в плоскости параметров α, β при

$\alpha(0) = \beta(0) = \dot{\beta}(0) = L_{\xi} = 0; L_{\gamma} = L_{\gamma}^0; L_{\gamma} = M = 0.5 L_{\gamma \max}$ для случаев:

5.1. $\dot{\alpha}(0) = 0$

5.2. $\dot{\alpha}(0) = -\frac{M}{H \cos \beta_0}$

$$5.3. \dot{\alpha}(0) = 0,5\dot{\alpha}_{\max} = 0,01 \frac{1}{\text{сек}}$$

$$5.4. -\frac{M}{H \cos \beta_0} > \dot{\alpha}(0) > -\frac{2M}{H \cos \beta_0}$$

$$5.5. \dot{\alpha}(0) = -\frac{2M}{H \cos \beta_0}$$

$$5.6. \dot{\alpha}(0) < -\frac{2M}{H \cos \beta_0}$$

6. Оценить точность моделирования

По каждому у пункту, исследование провести за период времени машинного решения $t=10\text{сек}$

Отчет по работе должен содержать

1. Преобразование исходных уравнений к виду удобному для моделирования,
2. Алгоритмы работы программы,
3. Описание интерфейса разрабатываемой программы с пользователем,
4. Результаты проверки точности машинного решения в соответствии с уравнениями (3),(4)

5.2 Лабораторная работа N2

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТРЕНИЯ НА СВОБОДНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГИРОСКОПИЧЕСКОГО ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА (ЧЭ) ДАТЧИКА УГЛОВ

Дифференциальные уравнения малых колебаний оси гироскопа ЧЭ [2], установленного на неподвижном основании, имеют вид

$$\begin{aligned} A_0 \ddot{\alpha} + H \cos \beta_0 \dot{\beta} &= L_{\xi}^{mp} \\ B_0 \ddot{\beta} - H \cos \beta_0 \dot{\alpha} &= L_{\gamma}^{mp} \end{aligned} \quad (1)$$

В уравнениях (1) обозначения L_{γ}^{mp} и L_{ξ}^{mp} определяют моменты, создаваемые силами трения в осях внутреннего и наружного колец карданова подвеса ЧЭ. В общем случае силы трения зависят от большого числа трудно учитываемых факторов. Однако влияния трения на движение ЧЭ в первом приближении принято разделять трение на вязкое и сухое. При этом величины моментов, создаваемых вязким трением предполагаются пропорционально зависимыми от угловой скорости взаимного поворота деталей опоры. Вязкое трение имеет превалирующее значение в жидкостных и воздушных подвесах ЧЭ. Моменты, создаваемые силами сухого трения, предполагаются постоянными по модулю, но изменяющими свое направление при изменении знака угловой скорости взаимного поворота деталей опоры. В чувствительных элементах, в которых используются шарикоподшипники скольжения, влияние сухого трения на движение оси гироскопа значительнее, чем вязкого.

При учете лишь вязкого трения в осях подвеса имеем:

$$L_{\xi}^{mp} = -n_1 \dot{\alpha}; L_{\gamma}^{mp} = -n_2 \dot{\beta}$$

Решение системы уравнений (1) для случая $\alpha(0) = \beta(0) = \dot{\beta}(0) = \dot{\alpha}(0) = \dot{\alpha}_H$ будет

$$\alpha = \frac{\dot{\alpha}_H}{\lambda} e^{-nt} \sin \lambda t$$

$$\beta = \frac{\dot{\alpha}_H}{\lambda} \sqrt{\frac{A_0}{B_0}} (1 - e^{-nt} \cos \lambda t) \quad (2)$$

где

$$\lambda = \frac{H \cos \beta_0}{\sqrt{A_0 B_0}}, n = \frac{n_1 B_0 + n_2 A_0}{2 A_0 B_0}$$

Решение (2) показывает, что силы вязкого трения вызывают затухание нутационных колебаний ЧЭ, получившего начальную угловую скорость α_H

Коэффициент затухания, характеризующий интенсивность уменьшения амплитуды нутационных колебаний, позволяет найти отношение двух последовательных амплитуд исследуемой величины по выражению (2)

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = e^{-\frac{ln}{\lambda}}$$

При исследовании влияния сухого трения на движение оси гироскопа моменты сил трения представлены с некоторым приближением могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} L_{\xi}^{mp} &= -K_1 \text{sign} \dot{\alpha} \\ L_{\gamma}^{mp} &= -K_2 \text{sign} \dot{\beta} \end{aligned} \quad (3)$$

В этом случае уравнения (1) являются нелинейными, что существенно затрудняет их аналитическое решение. При достаточно хорошей сходимости с точными результатами время затухания колебаний оси гироскопа $\alpha(0) = \beta(0) = \dot{\beta}(0) = \dot{\alpha}(0) = \dot{\alpha}_H$ может быть определено по приближенной формуле

$$\tau = \frac{\pi}{2} \frac{\alpha_H A_0 \sqrt{B_0}}{(K_2 \sqrt{A_0} + K_1 \sqrt{B_0})}$$

Задание и порядок его выполнения

1. Привести к виду удобному для моделирования объекта, имеющего следующие параметры:

Параметры Вариант	A_0 Г см сек ²	B_0 Г см сек ²	β_0	H Г см сек	n_1 Г см сек	n_2 Г см сек	K_1 Г см	K_2 Г см
I	10	5	0	12000	2	1.5	0.5	0.3
II	15	7	0	12000	3	3	1	2
III	20	8	0	12000	4	4	1.5	1.5
IV	3.5	2	0	4000	2	0.5	4	2
V	4.9	2.9	0	4000	1.7	0.7	3	2.5
VI	3.8	2.2	0	4000	3	1	10	2

2. Выбрать численный метод интегрирования[6]
3. Составить общий алгоритм выполнения моделирования в соответствии с выбранным численным методом.
4. Выполнить программную реализацию моделирования с помощью языка программирования C++.
5. Построить по результатам машинных решений зависимость времени затухания от n_1 при $K_1 = K_2 = 0; \alpha(0) = 0.05 \frac{1}{сек}$.

5. Построить по результатам машинных решений зависимость времени затухания нутационных колебаний от K_1 и K_2 при $\alpha(0) = 0,05/\text{сек}$.
6. Построить по результатам машинных решений зависимость времени затухания нутационных колебаний от n_2 и K_2 при $\alpha(0) = 0,05^1/\text{сек}$
7. Оценить точность моделирования.

Отчет по работе должен содержать

1. Преобразование исходных уравнений к виду удобному для моделирования,
2. Алгоритмы работы программы,
3. Описание интерфейса разрабатываемой программы с пользователем,
4. Графики зависимости времени затухания нутационных колебаний от параметров n_1, n_2, K_1, K_2 .
5. Результаты проверки точности машинного решения в соответствии с уравнениями (2),(3).

5.3 Лабораторная работа N3

Анализ гиросtabilизатора на основе моделирования.

В процессе проектирования объектов особенно содержащих нелинейные элементы необходимо осуществлять анализ этих объектов как динамических систем. В этом случае применяется машинно-аналитический метод[1].

Существо методики, построенной на этом методе, состоит в следующем

1. На основании машинных решений и аналитических уравнений исследуемой системы составляются определяющие уравнения.
2. Составляются алгебраические уравнения, содержащие характеристики процессов динамической составляющей (например, амплитуды и частоты искоемых переменных) и параметров объекта.
3. Из определяющих уравнений находятся зависимости характеристик процессов от параметров объекта проектирования и на основе этих уравнений осуществляется анализ объекта..
4. Значения определенных при моделировании характеристик подставляются в алгебраические уравнения и вычисляются выделенные параметры объекта в сравнении с заданными. Таким образом выполняется контроль машинных решений.

Численные результаты, получаемые при моделировании, позволяют в некоторых случаях упростить алгебраические уравнения и получить зависимости между характеристиками процессов и параметрами объекта в явном виде. Это дает возможность осуществить анализ и направление дальнейшего исследования на ЭВМ с целью выбора оптимальных параметров объекта.

Рассмотрим изложенную методику на примере моделирования гиросtabilизатора с релейной системой коррекции, уравнение которого запишем в виде.

$$\begin{aligned} A_0 \ddot{\alpha} + H \dot{\beta} + n_1 \alpha &= -m U_y \\ B_0 \ddot{\beta} - H \dot{\alpha} + n_{2\beta} &= -M_{\kappa}(\alpha) - M_{BH} \end{aligned} \quad (1)$$

где M_{BH} — возмущающий момент по оси прецессии.

Машинные решения системы уравнений (1) по координате α имеют вид

$$\alpha = \alpha^0 + \alpha \sin \lambda t, \quad \beta = \beta \cos \lambda t \quad (2)$$

На основании машинного решения (2) осуществляем линеаризацию нелинейности и приведение (1) к алгебраической форме.

$$\begin{aligned} A_0 B_0 \lambda^4 - H^2 \lambda^2 + m g'_k(\alpha, \alpha^0) &= 0 \\ -B_0 n_1 \lambda^3 + B_0 q_{mp}(\alpha) \lambda^3 + H m \lambda + H q_k(\alpha, \alpha^0) \lambda - 2 q'_k(\alpha, \alpha^0) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

где a — амплитуда колебаний по переменной α ; α^0 — смещение по переменной α ; $q_k(a, \alpha^0)$, $q'_k(a, \alpha^0)$, коэффициенты гармонической линеаризации.

$$\begin{aligned} M_K^0(a, \alpha^0) &= \frac{2M_K}{\pi} \arcsin \frac{\alpha^0}{a} \\ q_K &= \frac{4M_K}{\pi a} \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha^0}{a}\right)^2} \\ q'_K &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получим

$$\begin{aligned} M_k(\alpha) &= \frac{4}{\pi} M_K \arcsin \frac{\alpha^0}{a} \\ A_0 B_0 \lambda^4 - H^2 \lambda^2 + \frac{4mM_K}{\pi a} \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha^0}{a}\right)^2} &= 0 \\ -B_0 n_1 \lambda^3 + \frac{4B_0 M_{TP}}{\pi a} \lambda + H m + \frac{4mM_K}{\pi a} \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha^0}{a}\right)^2} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Решение системы (5) на ЭВМ дает возможность сравнительно просто определить зависимости, $\alpha = f_1(M_k)$, $\alpha^0 = f_2(M_k)$, $\lambda = f_3(M_k)$. Для контроля машинных решений находим из второго уравнения системы (5) зависимость a от α^0, λ и параметров гиросtabilизатора

$$a = \frac{\sqrt{\left(\frac{4mM_K}{\pi}\right)^2 - (\alpha^0)^2}}{H^2 \lambda^2 - A_0 B_0 \lambda^4} \quad (6)$$

Подставляя в (6) значения a и λ , определенные при моделировании для различных значений M_k получим зависимость $a = f_4(M_k)$: Совпадение зависимостей $f_4(M_k)$ и $f_1(M_k)$ служит подтверждением достоверности машинных решений.

$$(a)^{\max} = \frac{4mM_K}{\pi(H^2 \lambda_{\max}^2 - A_0 B_0 \lambda_{\max}^4)} \text{ из (6)}$$

$$(\alpha^0)^{\max} = \left[\sin\left(\frac{M_{BH}^{\max} \pi}{4M_K}\right) \right] (a)^{\max} \text{ — из первого уравнения системы (5).}$$

Оценка амплитуды по a рассчитывается, ориентируясь на очевидную зависимость

$$(\alpha)^{\max} \leq (a)^{\max} \lambda_{\max}$$

Максимальные значения переменной β и ее производной определяются выражениями:

$$\begin{aligned} (\beta^*)^{\max} &\leq \sqrt{\frac{A}{B}} (\alpha^*)^{\max} \\ (\beta)^{\max} &= (\beta^*)^{\max} \lambda_{\max} \end{aligned}$$

Задание и порядок его выполнения

1. Привести к виду удобному для моделирования объекта, имеющего следующие параметры:

Вариант параметры	I	II	III	IV	V	VI
$A_0 \text{ Г}\cdot\text{см}\cdot\text{сек}^2$	$5\cdot 10^3$	$2.8\cdot 10^3$	$9\cdot 10^3$	$5\cdot 10^2$	$4\cdot 10^2$	$1.5\cdot 10^2$
$B_0 \text{ Г}\cdot\text{см}\cdot\text{сек}^2$	40	18	12	14	10	12
$H \text{ Г}\cdot\text{см}\cdot\text{сек}$	$6\cdot 12\cdot 10^4$	$3.05\cdot 10^4$	$1.29\cdot 10^4$	$1.29\cdot 10^4$	$6.45\cdot 10^3$	$6.45\cdot 10^3$
$n_1 \text{ Г}\cdot\text{см}\cdot\text{сек}$	$4,5 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^2$	$7 \cdot 10^2$
$n_2 \text{ Г}\cdot\text{см}\cdot\text{сек}$	0	30	17	0	12	10
$M_{\text{тр}} \text{ Г см}$	100	60	28	30	24	15
$M_{\text{тр}} \text{ Г см}$	0	5	0	0	8	0
$m \text{ Г см/вольт}$	190	43	40	35	45	16
$T_y \text{ сек}$	0,03	0	0,05	0,02	0	0,04
$K_d \text{ вольт/рад}$	172	172	172	287	287	172
K_y	14	16	8	5	3	7
$M_k \text{ Г см}$	35	20	25	20	30	25
$M_{\text{вн}}^{\text{вн}} \text{ Г см}$	18	12	15	8	18	10

2. Выбрать численный метод интегрирования [6].
3. Составить общий алгоритм выполнения моделирования.
4. Выполнить программную реализацию моделирования с помощью языка программирования C++.
5. Построить по результатам машинных решений графики функций $\alpha_0^{\max}$, $\alpha^{\max}$, α .
6. Оценить точность моделирования

Отчет по работе должен содержать

1. Преобразование исходных уравнений к виду удобному для моделирования,
2. Алгоритмы работы программы,
3. Описание интерфейса разрабатываемой программы с пользователем,
4. Графики функций $\alpha_0^{\max}$, $\alpha^{\max}$, α ,
5. Программно реализовать последовательность вывода уравнений 1-5,
6. Результаты проверки точности машинного решения в соответствии с уравнениями (6),(5).

5.4 Лабораторная работа N4

Моделирование процесса вытекания жидкости из цилиндрического резервуара.

Для моделирования выбран цилиндрический сосуд, из которого вытекает жидкость. Обозначим объем жидкости через V . Тогда изменение объема во времени можно выразить:

$$dV = V(t + \Delta t) - V(t) \quad (1)$$

Отсюда выразим скорость изменения объема:

$$q = \frac{dV}{dt}, \quad (2)$$

если $q > 0$, то сосуд наполняется, если $q < 0$, то уровень падает.

Перепишем функцию объема в виде

$$V(t) = V_0 + \int_{t_0}^t q(t) dt \quad (3)$$

Выразив $q = -k * z$, получим (4)

$$\frac{dV}{dt} = q(z) \Rightarrow \frac{dV}{dt} z = \frac{d(k * z)}{dz} * \frac{dz}{dt} = q(z) \quad (4)$$

$$\frac{dV}{dt} z = S(z) \Rightarrow S(z) \frac{dz}{dt} = q(z)$$

Обозначим изменение уровня жидкости через $f(z)$

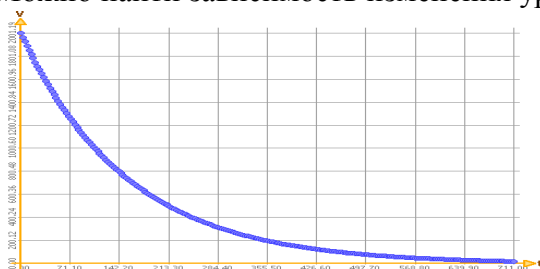
$$\frac{dz}{dt} = f(z) \Rightarrow \int_{z_0}^z \frac{1}{f(z)} dz = \int_{t_0}^t dt \Rightarrow t = t_0 + \int_{z_0}^z \frac{dz}{f(z)} \quad (5)$$

Получаем

$$-\pi_0^2 (\ln z - \ln z_0) = -\pi_0^2 \ln \frac{z}{z_0} \Rightarrow \pi_0^2 \ln \frac{z}{z_0} = k * \Delta t, \text{ где } \Delta t = t - t_0$$

$$\Rightarrow \ln z = \ln z_0 - \ln \left(\frac{k}{\pi_0^2} (t - t_0) \right)$$

Можно найти зависимость изменения уровня жидкости от времени ($f(z)$)



$$f(z) = \frac{z(t + \Delta t)}{z(t)} = e^{\frac{-k * \Delta t}{\pi_0^2}} = \frac{1}{\exp\left(\frac{k * \Delta t}{\pi_0^2}\right)} \quad (6)$$

Задание и порядок его выполнения

1. Привести к виду удобному для моделирования объекта, имеющего следующие параметры:

Вариант	1	2	3
Δt	2	4	5
R_0	5	15	10
z	20	35	45

2. Выбрать численный метод интегрирования [6].
3. Составить общий алгоритм выполнения моделирования.
4. Выполнить программную реализацию моделирования с помощью языка программирования C++.
5. Построить по результатам машинных решений график функций $f(z)$ для заданного варианта .
6. Оценить точность моделирования

Отчет по работе должен содержать

1. Преобразование исходных уравнений к виду удобному для моделирования,
 2. Алгоритмы работы программы,
 3. Описание интерфейса разрабатываемой программы с пользователем,
 5. График функций $f(z)$,
 6. Результаты проверки точности машинного решения в соответствии с уравнением (6).
-

Литература

1. Сольников Р.И. Автоматизация проектирования систем автоматического управления. М:Высш.шк. 1991г., 334 стр
2. В.А. Павлов. Основы проектирования и расчета гироскопических приборов. Л.1967 г. 409 стр.
3. Сольников Р.И., Прокушев Л.А. Моделирование в проектировании и производстве. - СПб.: Изд-во ГУАП Л., 1993.- 105 с
4. Мешков А.В., Тихомиров Ю.В. Visual C++ и MFC. 2-е изд.,СПб.: БХВ 2000.-1040 с.
5. Сольников Р.И. Майоров Н.Н. Построение математических моделей. СПб, ЛЭТИ 2007 г. 33 стр.
6. Турчак Л.И. Основы численных методов: Учеб. пособие. - М.: Наука, Гл. ред. физ. - мат. лит.,1987.-320с.

Ресурсы в сети Internet:

1. <http://www.sapr.ru/> - информация о книгах и пакетах САПР.
2. <http://msdn2.microsoft.com/ru-ru/default.aspx> - ресурс посвященный MSDN

Содержание

1. Виды моделирования.....	3
2 Триада вычислительного эксперимента в моделировании.....	3
3 Построение математических моделей	4
4. Выбор языка программирования для моделирования объекта.....	7
5.Описание Лабораторных работ.....	11
5.1 Лабораторная работа N 1 . Моделирование гироскопического чувствительного элемента датчика углов подвижного объекта	11
5.2 Лабораторная работа N2 Исследование влияния трения на свободное движение гироскопического чувствительного элемента (ЧЭ) датчика углов	14
5.3 Лабораторная работа N3 Анализ гиростабилизатора на основе моделирования....	16
5.4 Лабораторная работа N4 . Моделирование процесса вытекания жидкости из цилиндрического резервуара.....	19
7. Литература.....	21